Approches discrètes pour l'analyse d'images

Nicolas Passat

Approches discrètes pour l'analyse d'images

Nicolas Passat

Université de Reims Champagne-Ardenne
Centre de Recherche en STIC
Reims, France

nicolas.passat@univ-reims.fr

ABSTRACT. *Habilitation report. Committee: see below.*

RÉSUMÉ. *Compte rendu d'habilitation. Date de soutenance : 18 octobre 2011. Jury : • Christian Ronse, Garant Scientifique, Professeur des Universités, Université de Strasbourg • Isabelle Bloch, Rapportrice, Professeur, École Nationale Supérieure des Télécommunications, Paris • Jacques-Olivier Lachaud, Rapporteur, Professeur des Universités, Université de Savoie • Grégoire Malandain, Rapporteur, Directeur de Recherche, INRIA, Sophia Antipolis • Jean Serra, Examinateur, Professeur Émérite, École Supérieure d'Ingénieurs en Électronique et Électrotechnique, Paris • Pierre Soille, Examinateur, Principal Research Scientist, Joint Research Centre, European Commission, Ispra (Italie)*

KEYWORDS: *discrete imagery, image analysis, discrete topology, discrete geometry, mathematical morphology.*

MOTS-CLÉS : *imagerie discrète, analyse d'images, topologie discrète, géométrie discrète, morphologie mathématique.*

DOI:10.3166/TSI.0.1-7

1. Imagerie discrète : contexte

La notion d'image est polysémique à différents titres. D'un point de vue physique, une image traduit la représentation spatiale d'une grandeur donnée (l'intensité d'un rayonnement électromagnétique, d'une onde mécanique, etc.). En théorie, une telle image peut être infinie, tant en ce qui concerne son support, c'est-à-dire l'espace sur lequel elle s'appuie, que ses valeurs, c'est-à-dire l'espace sur lequel la grandeur physique est considérée. Toujours en théorie, son support et son espace de valeurs peuvent également être continus. Plus prosaïquement, une telle image s'interprèterait assez naturellement comme une fonction $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^k$ pour des valeurs n et k adéquates. En pratique, une image telle que nous la concevons généralement, existe non pas en tant que telle, mais au travers de mécanismes de perception, que ces mécanismes soient biologiques ou artificiels. Dans les faits, l'image n'est alors plus la "réalité", mais ce que nous percevons de celle-ci. Cette image devient en particulier finie, les mécanismes de perception l'étant également. Elle devient aussi discrète. Cette perte de la continuité, notamment spatiale, est inhérente au nombre fini de capteurs impliqués dans les mécanismes d'acquisition. Par ailleurs, lorsque les capteurs considérés sont artificiels, l'image devient souvent digitale, au sens où elle s'organise spatialement suivant un schéma de structuration cartésien. L'image que nous assimilions initialement à $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^k$ s'apparente alors désormais à $f : \mathbb{Z}^n \to \mathbb{Z}^k$, ou plus précisément $f : E \to V$ où $E \subset \mathbb{Z}^n$ et $V \subset \mathbb{Z}^k$.

D'un point de vue cognitif, l'image cesse d'être un objet physique pour devenir une interprétation de la réalité (qui n'a, au demeurant, plus nécessairement besoin de s'appuyer sur une réalité physique sous-jacente). L'image se compose alors d'éléments de différents niveaux sémantiques : formes, objets, scènes, etc. C'est à l'interface entre ces points de vue physique et cognitif que se positionne la notion d'analyse d'images. Dans le domaine du vivant, et en particulier chez l'homme, le système psychovisuel assure ce travail visant à associer une sémantique à des images perçues. Les mécanismes d'une telle activité sont complexes, mais reposent néanmoins sur un certain nombre de tâches notamment relatives à la délimitation d'objets homogènes (segmentation), à la caractérisation de formes (morphologie), à l'estimation de mesures sur ces dernières (géométrie) ou encore à leur description structurelle (topologie).

À l'instar du système psychovisuel humain, la branche de l'informatique traitant de l'analyse d'images vise ainsi à établir des liens entre une image au sens physique du terme et la charge sémantique qui lui est associée. Si les applications de l'analyse d'images sont nombreuses, les défis sont pour leur part multiples. Tout comme les images perçues par le vivant, les images traitées informatiquement sont finies et discrètes. Elles sont au demeurant souvent digitales, s'exprimant, sur une grille cartésienne, sous la forme $f : E \to V$ énoncée précédemment. Malgré cette nature discrète, la réalité sous-jacente qu'elles expriment est continue (à l'échelle où elles peuvent être considérées). Là où l'homme établit inconsciemment des passerelles mentales entre les images discrètes qu'il génère et la représentation continue qu'il en établit et sur laquelle il raisonne en général, notamment en termes de géométrie, de topologie, etc., l'informatique se trouve dans l'obligation d'expliciter ce passage entre deux modèles, et surtout de développer des concepts manipulables dans un paradigme discret, mais néanmoins cohérents dans un paradigme continu, et en particulier compatibles avec les concepts qui y sont d'ores et déjà établis. C'est à ce stade que les approches discrètes de l'analyse d'images – morphologie mathématique, géométrie et topologie discrètes – révèlent notamment leur sens et leur intérêt.

2. Les piliers de l'analyse d'images discrètes

Les approches discrètes pour l'analyse d'images proposent une alternative à la conception que l'on peut se faire d'une image, notamment en théorie du signal. Concrètement, l'image est ici considérée dans son milieu intrinsèque, à savoir un espace discret – souvent cartésien – et se trouve de fait traitée comme un objet géométrique dans un tel espace.

C'est au cours des années 60 et 70 que les premières enchères liées à cette conception discrète et géométrique de la notion d'image en informatique ont été faites. Le théâtre de cette genèse a connu deux scènes, de part et d'autre de l'Atlantique : aux États-Unis, sous l'impulsion d'Azriel Rosenfeld – dont les contributions scientifiques se sont étendues bien au delà de ce seul domaine – et en France, sous l'impulsion de Jean-Marc Chassery. Dès lors, l'école française a activement participé à consolider les fondements de ce que l'on nomme désormais la géométrie discrète, qui consiste à développer un cadre théorique, méthodologique et applicatif pour la transcription des propriétés géométriques du monde continu au monde discret, et bien évidemment pour leur utilisation à l'analyse des images en informatique. Un tour d'horizon complet des contributions essentielles de la géométrie discrète dépasse de très loin le cadre de ce résumé. Les lecteurs intéressés par ce sujet sont invités à ce référer à l'ouvrage de référence (Coeurjolly *et al.*, 2007) pour une étude plus approfondie.

Dans ce contexte "géométrique", la topologie occupe une place particulière. Le développement d'une topologie discrète, avant de venir s'unifier au domaine de la géométrie discrète, a connu une existence propre. Cette existence a débuté dès avant l'apparition même de la notion d'image discrète en informatique, grâce aux travaux fondateurs de Pavel Sergueïevitch Aleksandrov en topologie. Il faudra notamment attendre quelques décennies avant que les travaux en topologie "digitale", là encore initiés par Azriel Rosenfeld, et intrinsèquement liés à une conception de la topologie essentiellement basée sur la théorie des graphes, ne viennent converger avec une vision plus classiquement algébrique, développée indépendamment et en parallèle par la communauté mathématique.

Outre l'apparition de la géométrie discrète, les années 60 ont également vu l'émergence de la morphologie mathématique, discipline co-fondée en France par Georges Matheron – également fondateur de la géostatistique – et Jean Serra. La morphologie mathématique a constitué la première théorie non-linéaire en traitement d'images. Initialement pensée pour répondre à des besoins pragmatiques, notamment en géologie, cette discipline a ensuite été formalisée sur la base de la théorie des treillis. La formulation algébrique induite, très générique, lui permet notamment de s'adapter à de nombreux contextes. L'utilisation de la morphologie mathématique reste néanmoins majoritairement dédiée à l'analyse des images discrètes. Dans ce cadre, la notion de connexion, établie dans les années 80, aboutit à une large famille d'approches hiérarchiques pour la représentation et la manipulation d'images, notamment par le biais de structures de données arborescentes. Cette notion de connexion, directement liée à des notions topologiques, crée en particulier un lien extrêmement fort entre cette branche de la morphologie mathématique, et la topologie discrète, évoquée ci-avant. Pour de plus amples informations sur les fondements de la morphologie mathématique, les lecteurs sont invités à se référer à l'ouvrage de référence (Najman, Talbot, 2008). Des aspects plus directement applicatifs sont également documentés dans l'ouvrage (Talbot, Najman, 2010).

3. Quelques avancées

Parmi les récentes contributions en morphologie mathématique et en géométrie et topologie discrètes, nous proposons ci-après de résumer succintement celles liées aux travaux regroupés dans le manuscrit d'habilitation à diriger des recherche (Passat, 2011). Ces contributions étant évoquées plus que décrites, des références vers des articles de recherche les détaillant plus extensivement sont fournies au fil du texte.

Comme il a été évoqué en section 2, l'une des principales difficultés inhérentes aux approches discrètes de l'analyse d'images consiste à établir des passerelles pertinentes entre des concepts continus et leurs analogues discrets, notamment en ce qui concerne des notions géométriques et topologiques. D'un point de vue topologique, cette problématique existe à plusieurs niveaux. Au niveau le plus fondamental, les notions de base de topologie – de la définition même des espaces topologiques jusqu'à la définition d'invariants de haut niveau – doivent ainsi pouvoir s'exprimer aussi bien sous des formes continues que discrètes. Pendant longtemps, il a été tenu pour acquis que les concepts établis – brillamment mais souvent de manière empirique – en topologie digitale, c'est-à-dire dans une topologie ad hoc définie pour les images en informatique, étaient effectivement compatibles avec leurs analogues continus. Une étude proposée dans (Mazo *et al.*, 2011; 2012a) a permis de prouver cette intuition, et ainsi de valider a posteriori la pertinence d'un certain nombre d'enchères méthodologiques proposées au cours de dernières décennies. Au passage, le travail réalisé dans (Mazo *et al.*, 2012a) a également permis de mettre en relation le modèle de la topologie digitale – lié à la théorie des graphes – et celui des complexes cellulaires.

À un niveau plus algorithmique, des propositions ont été faites afin de gérer la dualité continu/discret dans le cadre des problématiques de transformations d'images. En effet, s'il est dorénavant aisé de générer des champs de déformation homéomorphes, notamment par l'usage de contraintes différentielles, la préservation topologique de ces champs continus perd sa validité dès qu'un schéma de discrétisation leur est appliqué, ce qui est généralement le cas dans les applications de recalage, par exemple pour les techniques de segmentation par transport d'atlas. Des réponses peuvent être apportées à de tels problèmes, en appuyant un transport d'atlas sur une déformation elle-même topologiquement contrainte dans le domaine discret (Faisan *et al.*, 2011). Toutefois, de telles stratégies, si elles permettent d'obtenir des résultats satisfaisants dans la grande majorité des cas, ne constituent pas des solutions universellement fiables. Une étude minutieuse est donc requise afin de cerner les propriétés structurelles induites par les effets de discrétisation sur les transformations géométriques. Cette étude, qui n'en est encore qu'à ses prémisses, a néamoins d'ores et déjà permis de décrire la structure combinatoire des transformations rigides, notamment en dimension 2 (Ngo, Kenmochi *et al.*, 2013a; 2013b). Ces travaux ont mené à la mise au jour de propriétés intrinsèques, liées notamment à la résolution spatiale des images discrètes, et permettant de garantir la préservation de la topologie de ces images par un préconditionnement assimilable à un sur-échantillonnage dans un espace de Khalismky (Ngo, Passat *et al.*, 2013)

Une autre difficulté des approches discrètes réside dans la progression en dimension, que ce soit d'un point de vue spatial (cardinalité des objets traités, dimension des espaces), ou bien d'un point de vue spectral (passage des images binaires, c'est-à-dire des ensembles, aux images à niveaux de gris, puis multivaluées). À ces fins, des travaux ont été menés dans le cadre des transformations homotopiques, couramment employées pour développer des méthodes de squelettisation, segmentation, déformation, etc. Plusieurs pistes ont notamment été explorées afin d'étendre les notions discrètes utilisées pour gérer de telles transformations, et notamment les notions de point simple (Bertrand *et al.*, 2009) et de collapsus, qui permettent de décomposer une transformation homotopique en opération discrètes élémentaires. Ce travail a notamment été mené sur trois fronts. En termes de cardinalité, la notion de point simple a été étendue à une notion plus générale d'ensemble simple minimal (Passat *et al.*, 2008; Passat, Mazo, 2009). En termes de dimension des espaces traités, il a été proposé d'étendre en dimension quelconque des stratégies de transformation homotopique (Mazo, Passat, 2010), tandis que la validité de certaines hypothèses entre des "dimensions charnières" a été explorée (Passat *et al.*, 2010). Enfin, en termes d'espaces de valeurs, des extensions aux images multivaluées, et notamment les images de labels ont été proposées (Mazo *et al.*, 2012b).

Le passage d'images définies sur des espaces de valeurs simples – images binaires ou images à niveaux de gris – vers des espaces de valeurs plus complexes – images multivaluées – induit des difficultés non seulement dans le domaine de la géométrie et de la topologie, mais également dans celui de la morphologie mathématique. Ce point est notamment sensible dans le cas des approches connexes, qui s'appuient généralement sur des hiérarchies, modélisées par des structures de données arborescentes. Il existe plusieurs variantes de tels arbres en morphologie mathématique : arbres de coupes, arbres de formes, arbres binaires de partition, etc., fréquemment impliqués dans le développement de techniques d'analyse (Passat *et al.*, 2011) dans des domaines aussi variés que l'imagerie médicale (Dufour *et al.*, 2013) ou l'imagerie satellitaire (Kurtz *et al.*, 2012). De tels arbres, et en particulier les arbres de coupes, s'appuient sur une hypothèse forte des images à niveaux de gris, à savoir l'organisation des valeurs suivant un ordre total. Le passage aux images multivaluées remet en cause la totalité de cet ordre. Dans ce cadre, les structures hiérarchiques associées ne sont plus des arbres, mais des graphes orientés acycliques. Une étude structurelle a été menée sur de telles hiérarchies (Passat, Naegel, 2014), permettant d'aboutir à de premières enchères algorithmiques (Naegel, Passat, 2013) pour le développement de nouvelles techniques d'analyse d'images. Dans le même esprit, d'autres voies ont aussi été explorées, afin de rendre la notion de connexion paramétrique (Passat, Naegel, 2011), ou encore asymétrique (Tankyevych *et al.*, 2013), permettant également d'espérer ouvrir de nouvelles voies pour l'analyse des images discrètes.

4. Conclusion

Les approches discrètes de l'analyse d'images constituent un domaine de recherche actif, structuré au niveau international par plusieurs séries de conférences (*Interna-*

tional Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery – DGCI, et *International Symposium on Mathematical Morphology* – ISMM, notamment), mais également soutenues par des structures telles que l'*International Association for Pattern Recognition* – IAPR (notamment via le *Technical Committee 18*).

Dans ce cadre, la communauté informatique française tient une place prépondérante. Outre l'importance historique que lui confère son rôle fondateur, déjà évoqué en section 2, les chercheuses et chercheurs des laboratoires français travaillant en morphologie mathématique, géométrie et topologie discrètes, se structurent au sein de diverses entités nationales, parmi lesquels on peut mentionner – non exhaustivement – l'Association Française pour la Reconnaissance et l'Interprétation des Formes – AFRIF, ou les GdR IM, ISIS et IGRV. Ces diverses affiliations traduisent les liens forts qui existent entre les activités de cette communauté, et des disciplines voisines relevant tant des mathématiques, que de l'informatique graphique ou encore de la vision par ordinateur. C'est notamment dans ce contexte pluridisciplinaire, que les approches discrètes de l'analyse d'images contribuent à aboutir à de nouvelles avancées scientifiques et technologiques.

References

Bertrand G., Couprie M., Passat N. (2009). A note on 3-D simple points and simple-equivalence. *Information Processing Letters*, Vol. 109, No. 13, pp. 700–704.

Coeurjolly D., Montanvert A., Chassery J.-M. (Eds.). (2007). *Géométrie discrète et images numériques*. Hermès-Lavoisier.

Dufour A., Tankyevych O., Naegel B., Talbot H., Ronse C., Baruthio J., Dokládal P., Passat N. (2013). Filtering and segmentation of 3D angiographic data: Advances based on mathematical morphology. *Medical Image Analysis*, Vol. 17, No. 2, pp. 147–164.

Faisan S., Passat N., Noblet V., Chabrier R., Meyer C. (2011). Topology-preserving warping of binary images according to one-to-one mappings. *IEEE Transactions on Image Processing*, Vol. 20, No. 8, pp. 2135–2145.

Kurtz C., Passat N., Gançarski P., Puissant A. (2012). Extraction of complex patterns from multiresolution remote sensing images: A hierarchical top-down methodology. *Pattern Recognition*, Vol. 45, No. 2, pp. 685–706.

Mazo L., Passat N. (2010). On 2-dimensional simple sets in n-dimensional cubic grids. *Discrete & Computational Geometry*, Vol. 43, No. 4, pp. 893–913.

Mazo L., Passat N., Couprie M., Ronse C. (2011). Paths, homotopy and reduction in digital images. *Acta Applicandae Mathematicae*, Vol. 113, No. 2, pp. 167–193.

Mazo L., Passat N., Couprie M., Ronse C. (2012a). Digital imaging: A unified topological framework. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, Vol. 44, No. 1, pp. 19–37.

Mazo L., Passat N., Couprie M., Ronse C. (2012b). Topology on digital label images. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, Vol. 44, No. 3, pp. 254–281.

Naegel B., Passat N. (2013). Toward connected filtering based on component-graphs. In *ISMM 2013, 11th International Symposium on Mathematical Morphology, Proceedings*, pp. 350–361.

Najman L., Talbot H. (Eds.). (2008). *Morphologie mathématique 1 : approches déterministes*. Hermès-Lavoisier.

Ngo P., Kenmochi Y., Passat N., Talbot H. (2013a). Combinatorial structure of rigid transformations in 2D digital images. *Computer Vision and Image Understanding*, Vol. 117, No. 4, pp. 393–408.

Ngo P., Kenmochi Y., Passat N., Talbot H. (2013b). Sufficient conditions for topological invariance of 2D digital images under rigid transformations. In *DGCI 2013, 16th International Conference on Discrete Geometry for Computer Imagery, Proceedings*, pp. 155–168.

Ngo P., Passat N., Kenmochi Y., Talbot H. (2013). Well-composed images and rigid transformations. In *ICIP 2013, 20th International Conference on Image Processing, Proceedings*, pp. 3035–3039.

Passat N. (2011). *Approches discrètes pour l'analyse d'images*. Thèse d'habilitation à diriger des recherches, Université de Strasbourg.

Passat N., Couprie M., Bertrand G. (2008). Minimal simple pairs in the 3-D cubic grid. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, Vol. 32, No. 3, pp. 239–249.

Passat N., Couprie M., Mazo L., Bertrand G. (2010). Topological properties of thinning in 2-D pseudomanifolds. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, Vol. 37, No. 1, pp. 27–39.

Passat N., Mazo L. (2009). An introduction to simple sets. *Pattern Recognition Letters*, Vol. 30, No. 15, pp. 1366–1377.

Passat N., Naegel B. (2011). Component-hypertrees for image segmentation. In *ISMM 2011, 10th International Symposium on Mathematical Morphology, Proceedings*, pp. 284–295.

Passat N., Naegel B. (2014). Component-trees and multivalued images: Structural properties. *Journal of Mathematical Imaging and Vision (à paraître)*.

Passat N., Naegel B., Rousseau F., Koob M., Dietemann J.-L. (2011). Interactive segmentation based on component-trees. *Pattern Recognition*, Vol. 44, No. 10–11, pp. 2539–2554.

Talbot H., Najman L. (Eds.). (2010). *Morphologie mathématique 2 : estimation, choix et mise en œuvre*. Hermès-Lavoisier.

Tankyevych O., Talbot H., Passat N. (2013). Semi-connections and hierarchies. In *ISMM 2013, 11th International Symposium on Mathematical Morphology, Proceedings*, pp. 157–168.