



**HAL**  
open science

## RMN et IRM, principes de base communs

Jean-Marc Nuzillard

► **To cite this version:**

Jean-Marc Nuzillard. RMN et IRM, principes de base communs. Master. France. 2021. hal-03356335

**HAL Id: hal-03356335**

**<https://hal.univ-reims.fr/hal-03356335>**

Submitted on 27 Sep 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# RMN et IRM

Principes de base communs

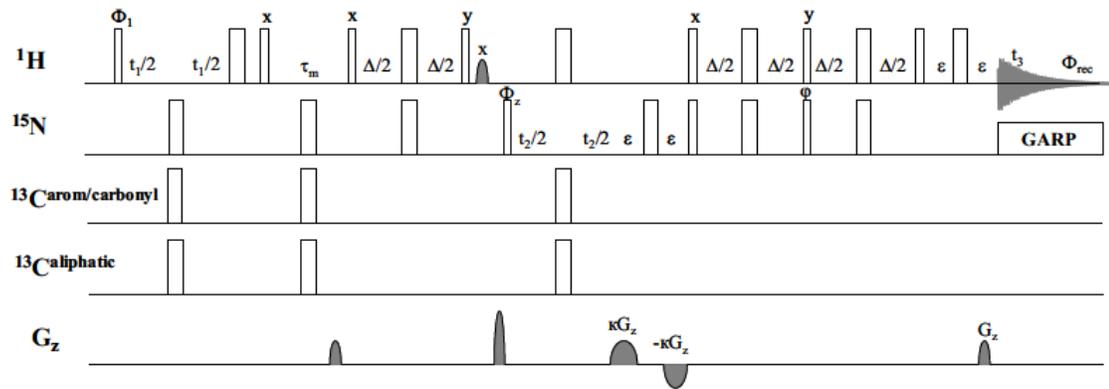
*Jean-Marc Nuzillard*

Institut de Chimie Moléculaire de Reims, UMR CNRS 7312

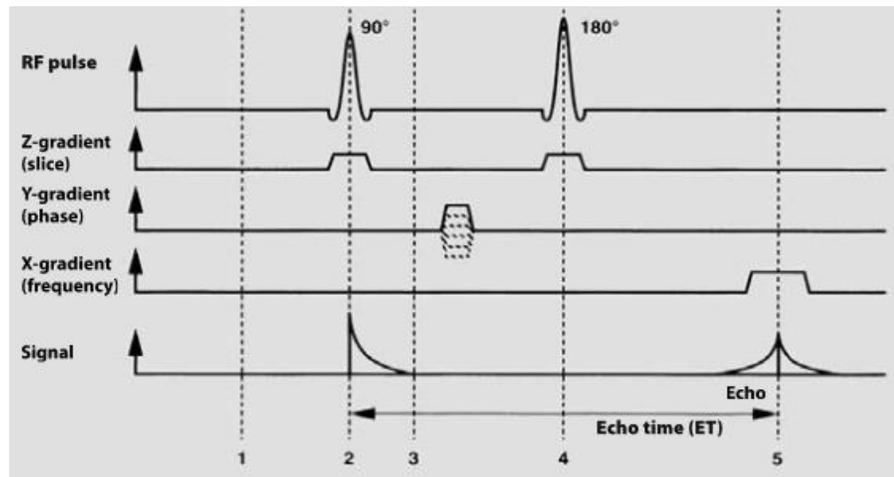
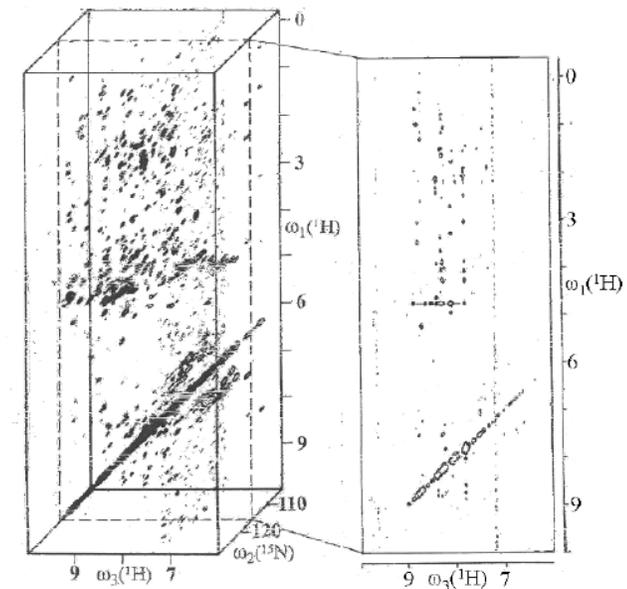
Université de Reims Champagne Ardenne



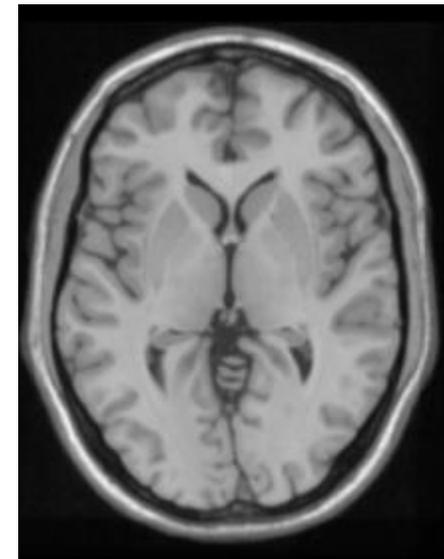
# Séquences d'impulsions



RMN



IRM



# Plan

- Noyaux atomiques
- Descriptions physiques des phénomènes
- Interaction entre noyau atomique et champ magnétique
- Aimantation macroscopique
- Précession, relaxation, nutation
- Impulsions de radio-fréquence et sélectivité
- Signal et bruit
- Opérateur densité
- Spectre et Image

# Noyaux atomiques

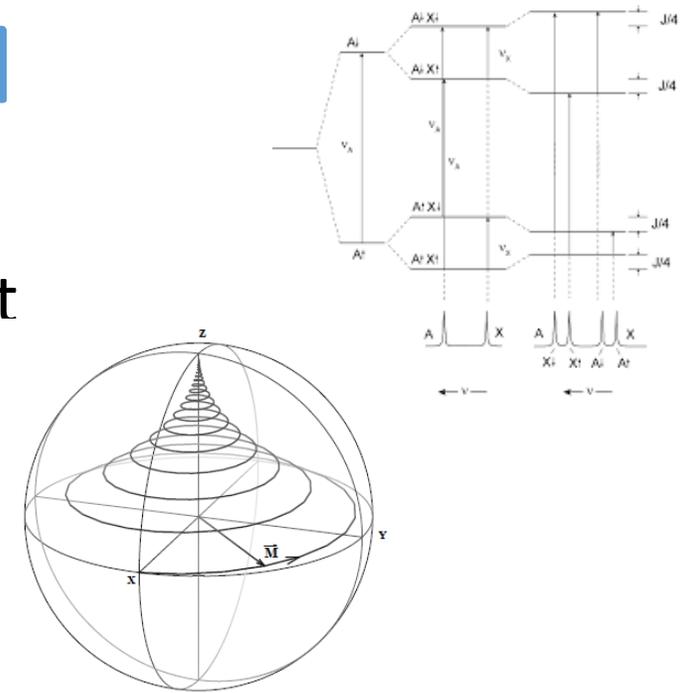
- La composition d'un noyau atomique définit un *isotope*  ${}^A_ZX$
- $A$  est le nombre de nucléons (protons et neutrons confondus) ou nombre de masse
- $Z$  est le nombre de protons qui définit l'élément chimique  $X$ , ou nombre de charge
- Exemple :  ${}^{13}_6\text{C}$  aussi noté  ${}^{13}\text{C}$
- Abondance naturelle
- Spin
- Rapport gyromagnétique

# Noyaux atomiques

Noyau	Spin I	Abondance naturelle (%)	$\nu$ obs. (MHz) ( $B_0=2.3488$ T)	Rapport gyromagnétique $\gamma$ [ $10^7$ rad T $^{-1}$ s $^{-1}$ ]
$^1\text{H}$	1/2	99,98	100	26.7519
$^2\text{H}$	1	0,016	15.3	4.1066
$^{10}\text{B}$	3	19,58	10.7	2.8746
$^{11}\text{B}$	3/2	80,42	32.0	8.5843
$^{12}\text{C}$	0	98,9	–	–
$^{13}\text{C}$	1/2	1,108	25.1	6.7283
$^{14}\text{N}$	1	99,63	7.2	1.9338
$^{15}\text{N}$	1/2	0,37	10.1	–2.712
$^{16}\text{O}$	0	99,96	–	–
$^{17}\text{O}$	5/2	0,037	13.6	–3.6279
$^{19}\text{F}$	1/2	100	97.1	25.181
$^{29}\text{Si}$	1/2	4,70	19.9	–5.3188
$^{31}\text{P}$	1/2	100	40.4	10.841

# Trois manières de décrire la physique de la RMN et de l'IRM

- La description *scalaire* se focalise sur les niveaux d'**énergie** d'interaction possibles entre un noyau et un champ magnétique
- La description *vectorielle* montre l'évolution du vecteur d'**aimantation** macroscopique de l'échantillon au cours des événements
- La description *matricielle* est fondée sur l'évolution de l'**opérateur densité** associé à la description quantique de particules se trouvant dans des états différents.



$$\hat{\sigma} = \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|$$

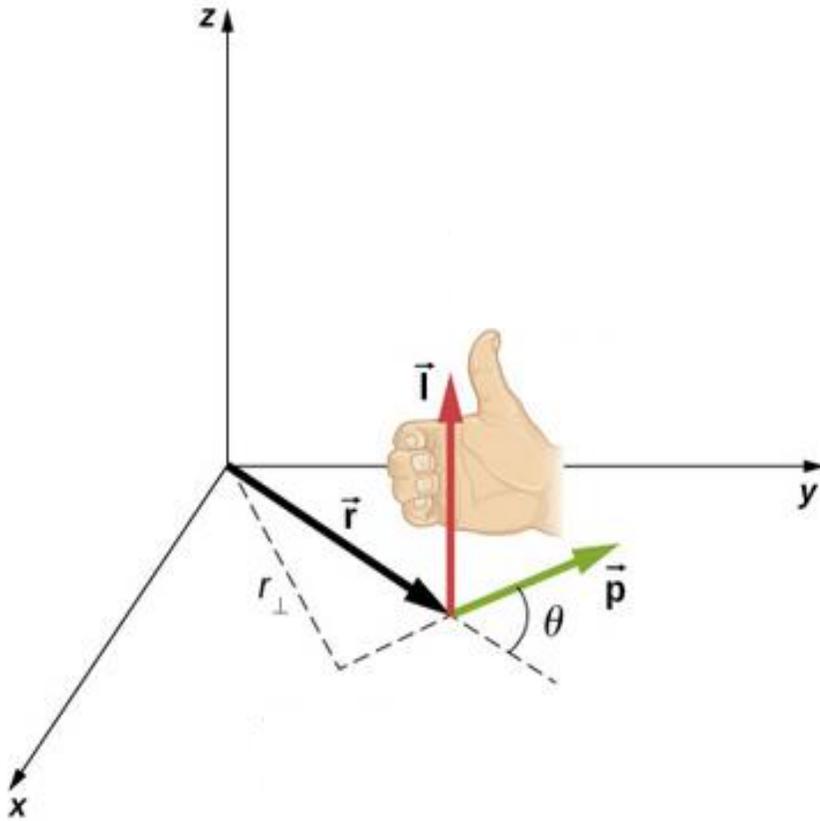
$$i\left(\frac{h}{2\pi}\right) \frac{\partial \hat{\sigma}}{\partial t} = [\hat{H}, \hat{\sigma}]$$

$$\langle A \rangle = \text{Tr}(\hat{\sigma} \hat{A})$$

# Moment cinétique de spin

- Moment cinétique, mécanique classique, pour un point :  $\vec{I} = \vec{r} \wedge \vec{p} = \vec{r} \wedge m\vec{v}$
- Pour un solide en rotation, il faut additionner les contributions de chaque élément de volume
- Le nombre quantique de spin  $I$  définit l'intensité du moment cinétique propre (de spin, interne, intrinsèque...) d'un noyau.
- Les valeurs possibles de  $I$  sont  $0, 1/2, 1, 3/2, 2, 5/2, \dots$
- Le moment cinétique possède un équivalent pour les des particules régies par la mécanique quantique :  
 $\|\vec{I}\| = (h/2\pi) \cdot \sqrt{I(I+1)}$ .
- $h$  : constante de Planck,  $6.63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

# Produit vectoriel



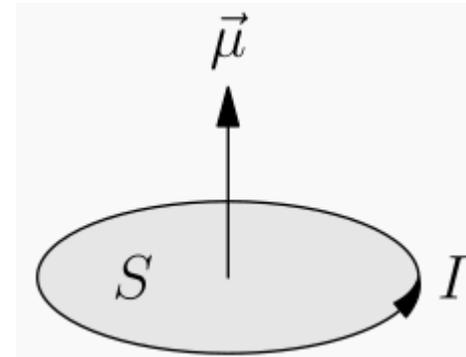
$$\vec{I} = \vec{r} \wedge \vec{p}$$

$\vec{I}$  est perpendiculaire à  $\vec{r}$  et à  $\vec{p}$

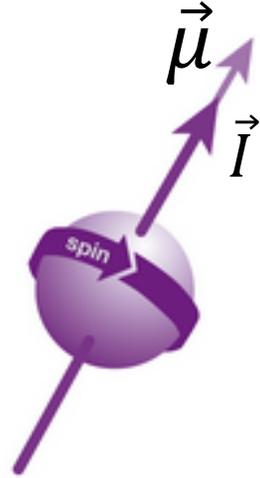
$$\|\vec{I}\| = \|\vec{r}\| \cdot \|\vec{p}\| \cdot \sin \theta$$

# Moment magnétique

- En électromagnétisme, pour une boucle de courant d'intensité  $I$  et de surface  $S$  de normale  $\vec{n}$  :  $\vec{\mu} = IS\vec{n}$ .
- L'existence d'un moment magnétique est révélée par son interaction avec un champ magnétique  $\vec{B}_0$
- Energie d'interaction :  $E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}_0$
- Couple de forces :  $\vec{\Gamma} = \vec{\mu} \wedge \vec{B}_0$



# Moment magnétique de spin



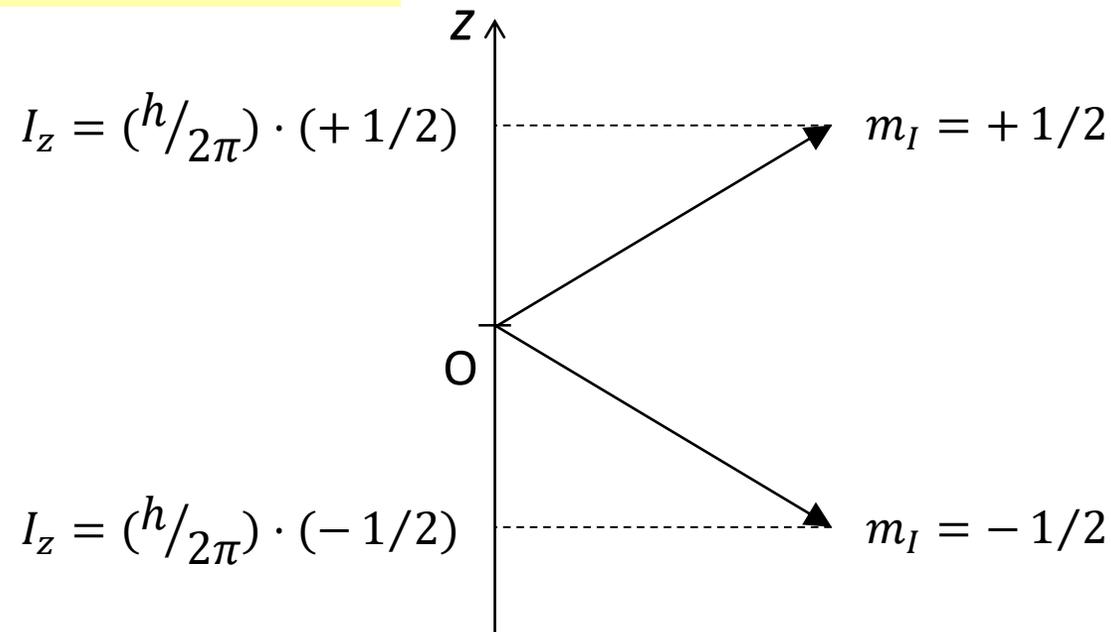
- Proportionnalité entre le moment cinétique et le moment magnétique :  $\vec{\mu} = \gamma \vec{I}$
- $\gamma$  : Rapport gyromagnétique (ou aussi, magnétogyrique)

# moment cinétique de spin $\vec{I}$

- Valeur algébrique de la projection de  $\vec{I}$  sur un axe quelconque (Oz) :

$$I_z = \left(\frac{h}{2\pi}\right) \cdot m_I \text{ avec } -I \leq m_I \leq I \text{ (soit } 2I + 1 \text{ valeurs)}$$

Cas  $I = 1/2$



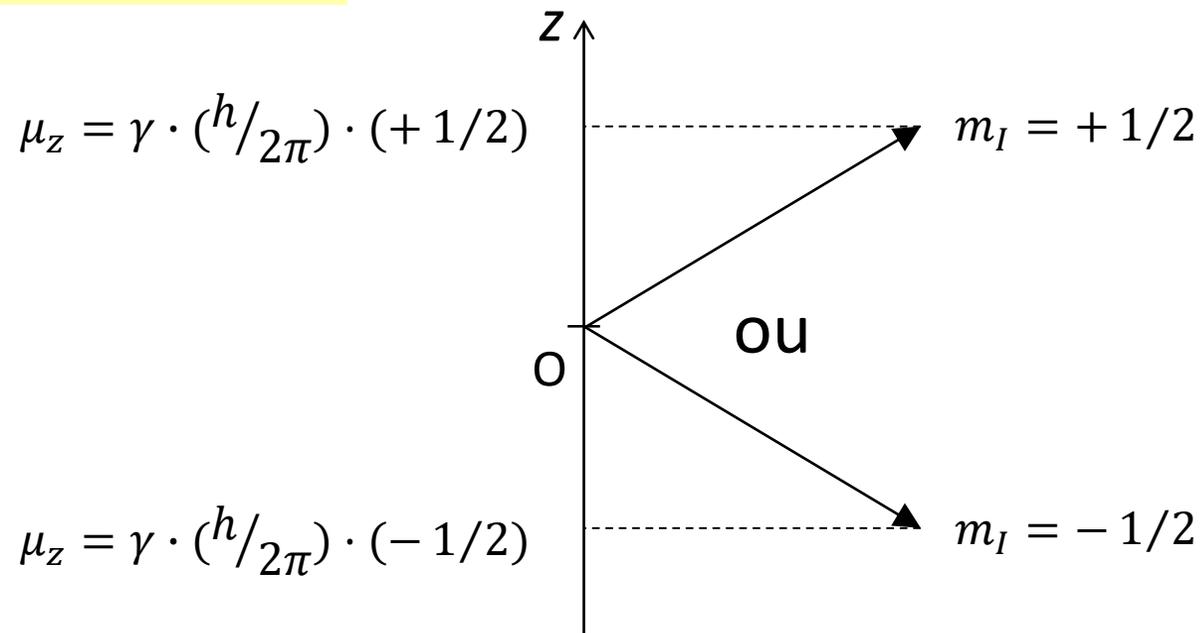
$$\|\vec{I}\| = \left(\frac{h}{2\pi}\right) \cdot \sqrt{3/4}$$

# Projection du moment magnétique de spin $\vec{\mu}$

- $\vec{\mu} = \gamma \vec{I}$
- Valeur algébrique de la projection de  $\vec{\mu}$  sur un axe quelconque (Oz) :

$$\mu_z = \gamma \cdot \left( \frac{h}{2\pi} \right) \cdot m_I \text{ avec } -I \leq m_I \leq I \text{ (soit } 2I + 1 \text{ valeurs)}$$

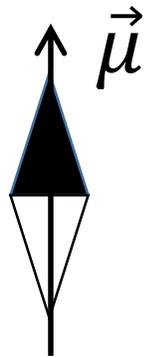
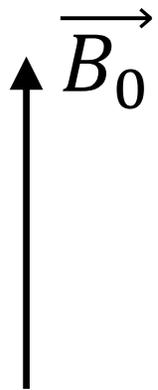
Cas  $I = 1/2$



$$\|\vec{\mu}\| = \gamma \cdot \left( \frac{h}{2\pi} \right) \cdot \sqrt{3/4}$$

# Interaction de $\vec{\mu}$ avec un champ magnétique $\vec{B}_0$

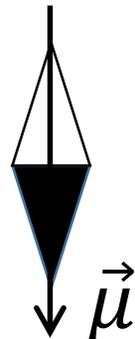
- Energie d'interaction  $E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}_0$
- **Aimant macroscopique** (aiguille de boussole) :



$$E = -\mu \cdot B_0$$

Equilibre stable

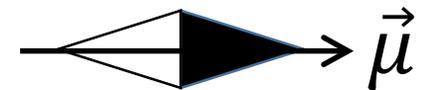
Minimum d'énergie



$$E = +\mu \cdot B_0$$

Equilibre instable

Maximum d'énergie



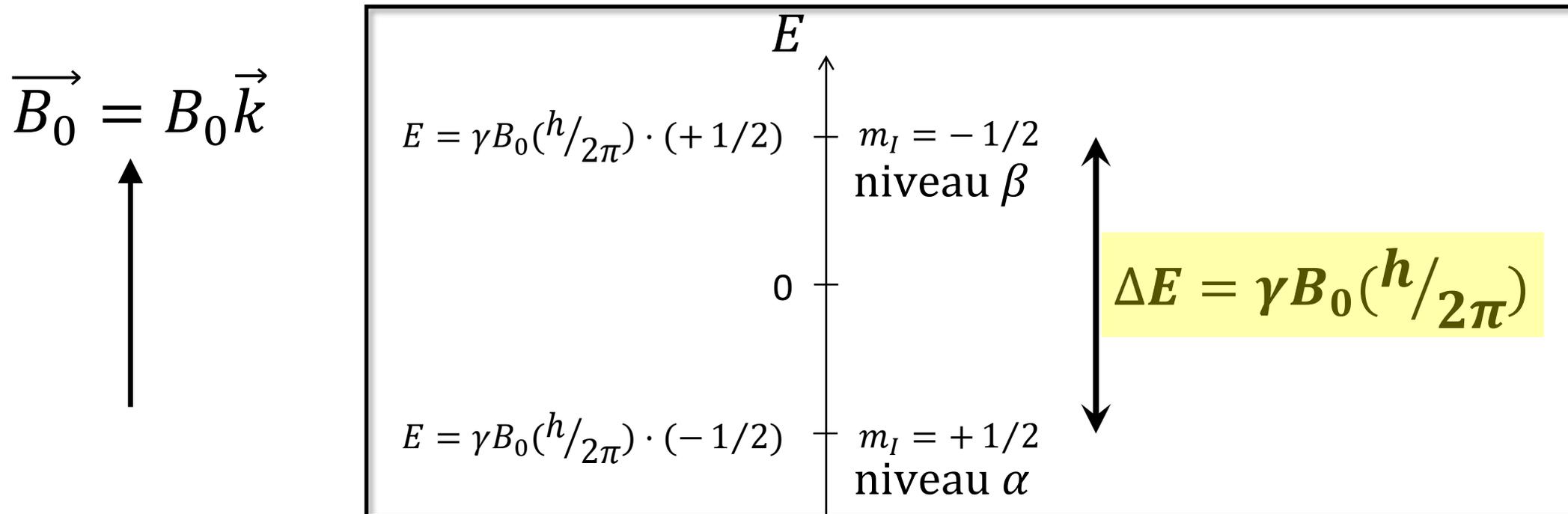
$$E = 0$$

Etat énergétique  
de référence

# Interaction de $\vec{\mu}$ avec un champ magnétique $\vec{B}_0$

- Energie d'interaction  $E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}_0 = -\mu_z \cdot B_0$
- **Spin nucléaire**,  $I = 1/2$  et  $\gamma > 0$ :

Diagramme énergétique



# Condition de résonance (magnétique et nucléaire)

- Une onde électromagnétique de fréquence  $\nu$  (pulsation  $\omega = 2\pi\nu$ ) peut induire une transition entre niveaux énergétiques si :

$$\Delta E = h\nu = \left(\frac{h}{2\pi}\right)\omega$$
$$\Delta m_I = \pm 1$$

- Pour les spins nucléaires :

$$\Delta E = \gamma B_0 \left(\frac{h}{2\pi}\right)$$

$$\nu = \frac{\gamma B_0}{2\pi}$$
$$\omega = \gamma B_0$$

- Ces relations sont encore valides si  $I > 1/2$  ou si  $\gamma < 0$ .

# Condition de résonance

$$\nu = \frac{\gamma B_0^{\text{local}}}{2\pi} \text{ avec } B_0^{\text{local}} = B_0(1 - \sigma)$$

- La fréquence de résonance dépend de la valeur de  $B_0$  sur les noyaux atomiques, qui dépend de la nature de l'environnement électronique, caractérisée par la **constante d'écran  $\sigma$** .
- **Déplacement chimique** :  $\delta = \frac{\nu - \nu^{\text{TMS}}}{\nu^{\text{TMS}}} \times 10^6$ , relatif à une substance de référence (TMS en RMN du  $^1\text{H}$  et du  $^{13}\text{C}$ ) – grandeur fondamentale pour l'utilisation structurale de la RMN.

# Polarisation

- Un noyau atomique est rarement seul...
- Dans une collection de  $N$  noyaux ( $I = 1/2$ ) plongés dans un champ magnétique  $\vec{B}_0$ ,  $N_\alpha$  sont dans l'état  $\alpha$  et  $N_\beta$  dans l'état  $\beta$ .  
 $N = N_\alpha + N_\beta$ .
- La sensibilité des mesures en RMN/IRM dépend de la polarisation  $\Delta N = N_\alpha - N_\beta$
- A l'équilibre thermodynamique,  $N_\alpha$  et  $N_\beta$  sont imposés par la loi de *Maxwell-Boltzmann*
- Il est possible d'augmenter  $\Delta N$  par des méthodes d'*hyperpolarisation*

# Polarisation

- $N_{\alpha/\beta} \propto e^{-\frac{E_{\alpha/\beta}}{kT}}$  où  $k$  est la constante de Boltzmann,  $k = R/\mathcal{N}$ , où  $R$  est la constante des gaz parfaits (8,32 J/K) et  $\mathcal{N}$  est le nombre d'Avogadro ( $6,02 \cdot 10^{23}$ )
- Dans l'hypothèse usuelle (dite des « hautes températures »)  $|E_{\alpha} - E_{\beta}| \ll kT$  la polarisation vaut :

$$\Delta N = N \frac{(h/2\pi)\gamma B_0}{2kT}$$

- La polarisation augmente avec le nombre de noyaux, le rapport gyromagnétique, le champ statique  $B_0$  et avec une baisse de température de l'échantillon.

# Aimantation macroscopique à l'équilibre

- Somme des aimantations microscopiques  $\vec{M} = \sum_i \vec{\mu}_i$
- Sur l'axe Oz du champ magnétique  $\vec{B}_0$ :

$$M_z = N_\alpha \mu_z(m_I = +1/2) + N_\beta \mu_z(m_I = -1/2)$$

$$M_z = (N_\alpha - N_\beta) \mu_z(m_I = +1/2) \text{ car } \mu_z(m_I = -1/2) = -\mu_z(m_I = +1/2)$$

$$\text{soit } M_z^{\text{eq}} = N \frac{(h/2\pi)^2 \gamma^2 B_0}{4kT}$$

- Par symétrie autour de l'axe Oz,  $M_x^{\text{eq}} = M_y^{\text{eq}} = 0$
- L'aimantation macroscopique  $\vec{M}$  est colinéaire avec  $\vec{B}_0$
- *La plupart des séquences d'acquisition en RMN/IRM sont explicables en suivant l'évolution de l'aimantation macroscopique (modèle vectoriel).*

# Evolution de l'aimantation macroscopique

- A l'équilibre thermodynamique l'aimantation macroscopique  $\vec{M}$  est invariante dans le temps.
- Si rien n'est fait, il ne se passe rien.
- Il se passe « quelque chose » si  $\vec{M}$  est écartée de sa position d'équilibre
- Nous allons successivement regarder comment
  - s'opère le retour du non-équilibre vers l'équilibre : **Précession** et **Relaxation**
  - obtenir un état de non équilibre : **Nutation**

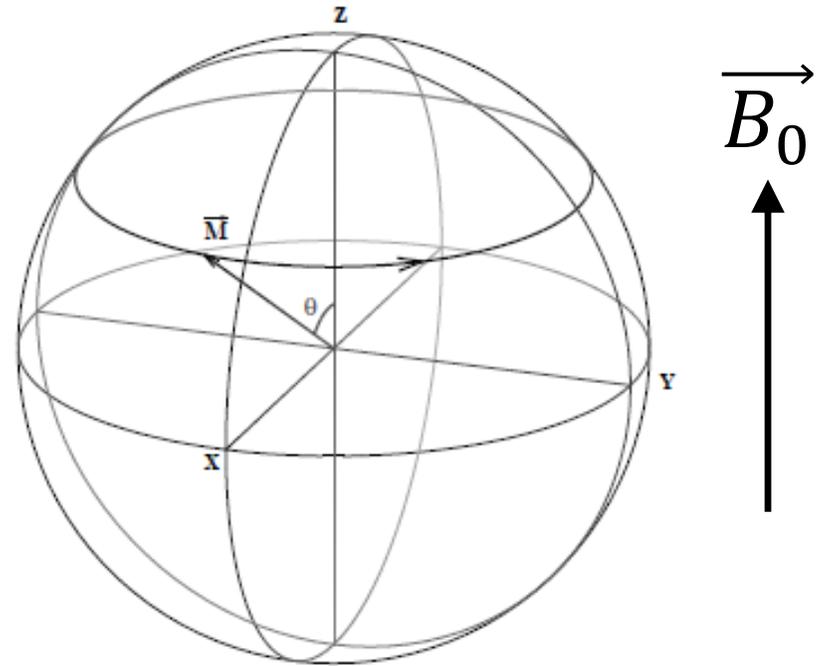
# Précession de Larmor

- L'aimantation est écartée d'un angle  $\theta$  de sa position d'équilibre
- En appliquant à  $\vec{M}$  les lois de la mécanique classique, son évolution est déterminée par

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma \vec{M} \wedge \vec{B}_0$$

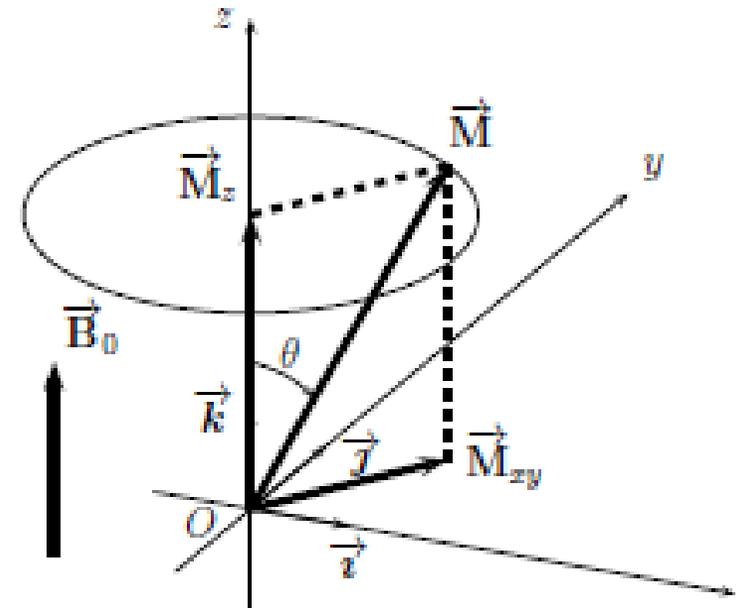
- Le mouvement de  $\vec{M}$  est circulaire, de vitesse angulaire constante  $\omega_0$  et où l'angle  $\theta$  est invariable.

$$\omega_0 = -\gamma B_0$$



# Précession de Larmor, relaxation

- Le mouvement de précession est « rapide »
- Pour  $B_0$  égal à 2,35 T,  $\nu_0 = \omega_0/2\pi$  vaut environ 100 MHz et  $\vec{M}$  effectue un tour en 10 ns.
- La précession de Larmor est incapable de ramener  $\vec{M}$  à sa position d'équilibre ( $\theta = 0$ ).
- Les composantes de  $\vec{M}$ , longitudinale ( $\vec{M}_z$ , parallèle à  $\vec{B}_0$ ) et transversale ( $\vec{M}_{xy}$ , perpendiculaire à  $\vec{B}_0$ ) sont modifiées par la **relaxation**



# Relaxation

- Les mesures algébriques des composantes  $\overrightarrow{M}_z$  et  $\overrightarrow{M}_{xy}$  de l'aimantation macroscopique évoluent vers l'équilibre selon une loi cinétique du 1<sup>er</sup> ordre, « indépendamment » l'une de l'autre :

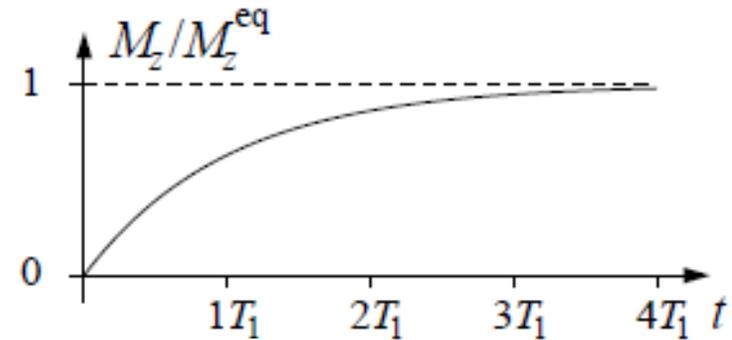
$$\frac{dM_z}{dt} = -\frac{M_z - M_z^{eq}}{T_1} \quad \frac{dM_{xy}}{dt} = -\frac{M_{xy} - M_{xy}^{eq}}{T_2}$$

- Les temps caractéristiques  $T_1$  et  $T_2$  sont les temps de relaxation longitudinale et transversale, respectivement.
- Ces équations sont issues de l'observation (phénoménologiques) et non de l'analyse des causes physiques de la relaxation

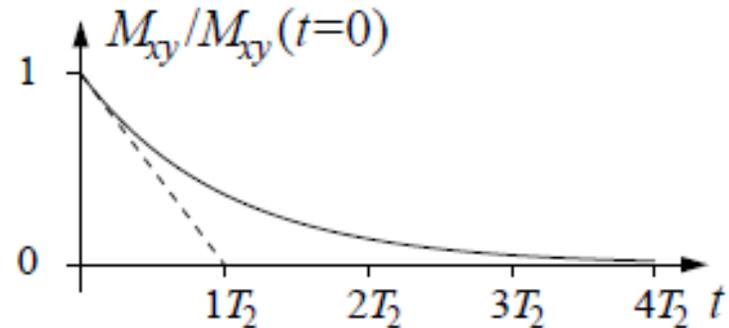
# Relaxation

- Ordres de grandeurs de  $T_1$  et de  $T_2$  : ms à s. La relaxation est un processus « lent » par rapport à la précession (ns).

- Retour à l'équilibre de  $M_z$  depuis 0 :

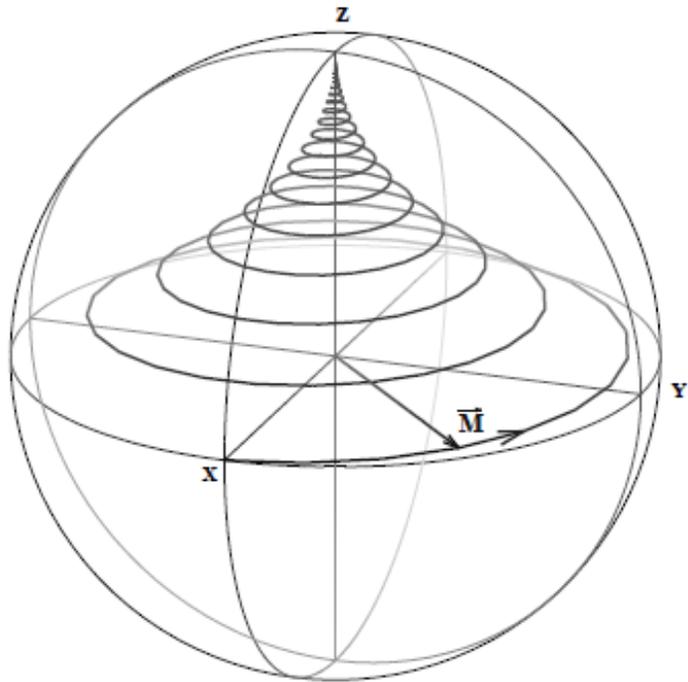


- Retour à 0 de  $M_{xy}$  :



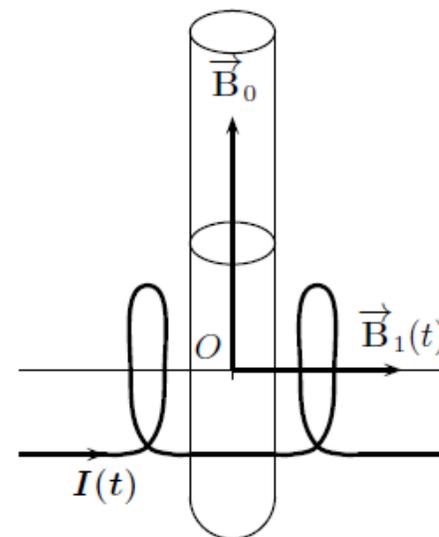
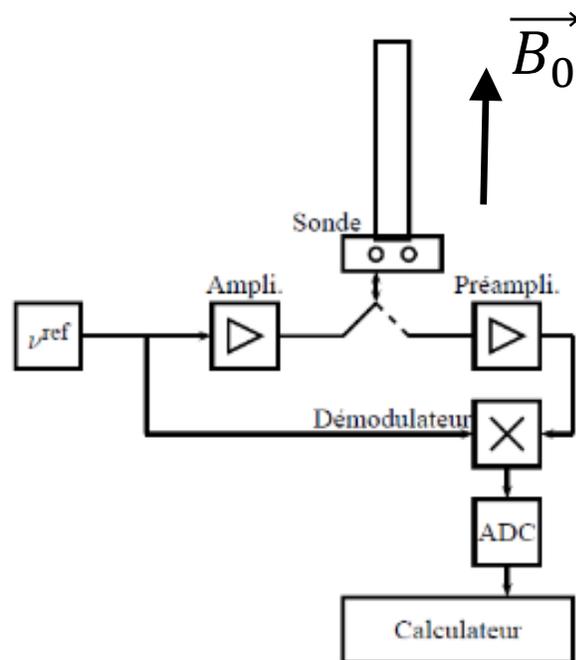
# Précession et Relaxation

- La précession et la relaxation opèrent simultanément.
- L'acquisition du signal de RMN s'effectue pendant la précession-relaxation



$$M_x(t) = M_x(t = 0) \cdot \cos \omega_0 t \cdot e^{-\frac{t}{T_2}}$$
$$M_y(t) = M_x(t = 0) \cdot \sin \omega_0 t \cdot e^{-\frac{t}{T_2}}$$
$$M_z(t) = M^{\text{eq}} \left( 1 - e^{-\frac{t}{T_1}} \right)$$

# Un spectromètre très très simplifié



Dans la sonde

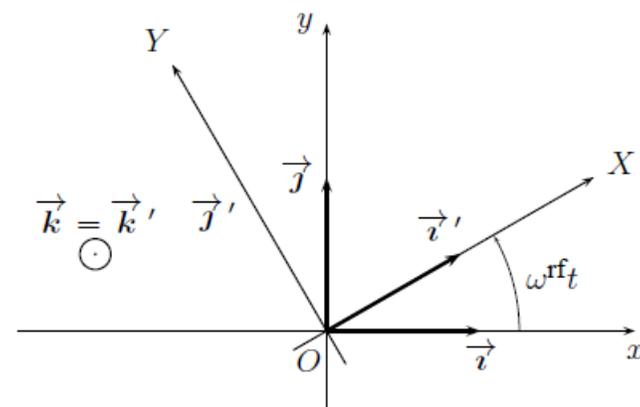
- L'aimantation  $\vec{M}$  est mise hors équilibre par l'action de la partie magnétique variable  $B_1(t)$  d'une onde électromagnétique créée par une bobine (antenne en IRM) qui sert aussi à la détection du signal.
- La bobine peut servir à l'excitation de l'échantillon et à la réception de la tension électrique induite par la précession de  $\vec{M}$ .

# Champ magnétique excitateur $\vec{B}_1(t)$

- Dans l'axe de la bobine/antenne (axe  $Ox$ ).
- $B_1(t) = 2B_1^{\max} \cdot \cos(\omega^{\text{ref}}t + \phi)$
- $B_1^{\max}$  définit l'intensité du champ excitateur :  $\Omega_1 = \gamma B_1^{\max}$
- Ordre de grandeur de  $\Omega_1/2\pi$  : quelques dizaines de kHz. Fréquence de **nutaton**.
- $\omega^{\text{ref}}/2\pi = \nu^{\text{ref}}$  est la fréquence du champ excitateur et doit être aussi proche que possible des fréquences de résonance des noyaux à exciter, 1 à 1000 MHz. Le champ excitateur est qualifié de champ de radio-fréquence ou champ « RF ».
- $\nu^{\text{ref}}$  définit la fréquence du « référentiel tournant »  $OXYZ$  dans lequel l'analyse de l'action du champ RF sur l'aimantation est simplifiée.
- $\phi$  est la phase de l'impulsion, relative à la définition d'un instant  $t = 0$ .

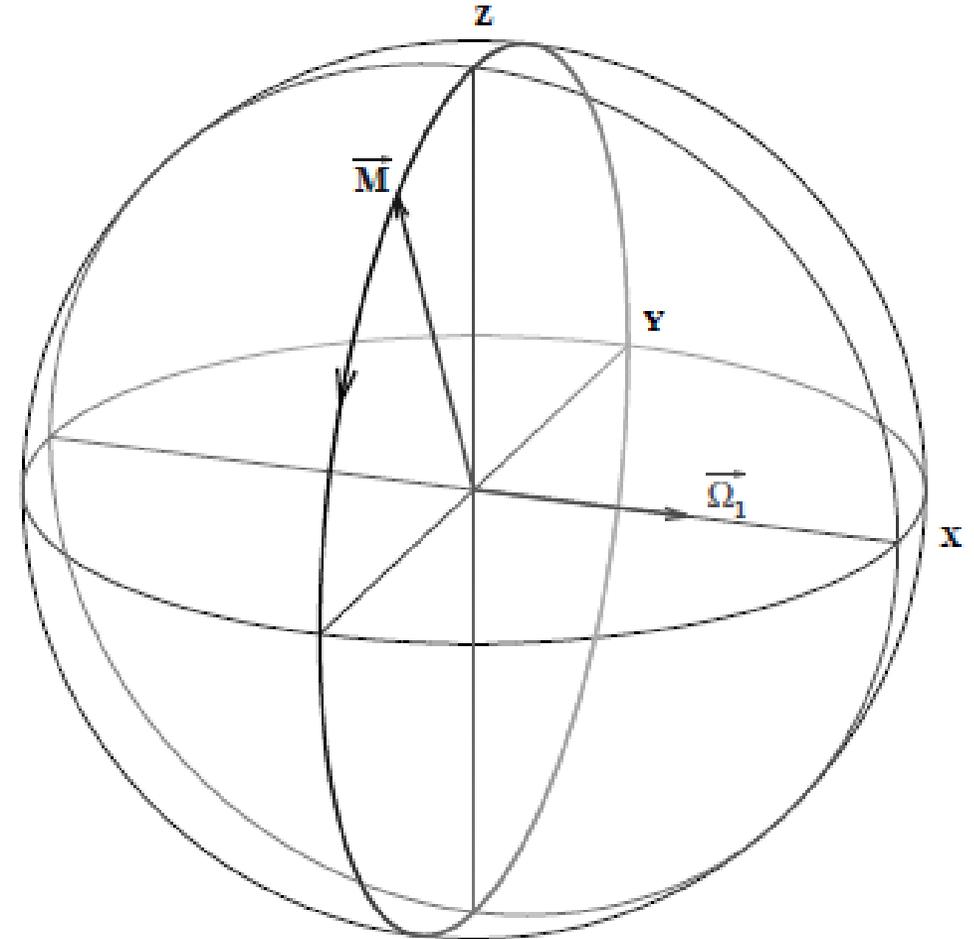
# Référentiel tournant

- $Oxyz$  est le référentiel lié au laboratoire, dit « référentiel fixe ».
- Le référentiel  $OXYZ$  « tournant » a son axe  $OZ$  confondu avec l'axe  $Oz$ .
- Le référentiel  $OXYZ$  tourne autour de l'axe  $Oz$  dans le sens de la précession de Larmor et à la fréquence de référence (« master clock »)  $\nu^{\text{ref}}$ .
- La précession de Larmor observée dans  $Oxyz$  à la pulsation  $\omega_0$  est observée dans  $OXYZ$  à la pulsation  $\Omega_0 = \omega_0 - \omega^{\text{ref}}$  appelée « offset ».
- Si  $\Omega_0 = 0$ , les noyaux sont dits « en résonance ». Condition de travail usuelle en IRM.



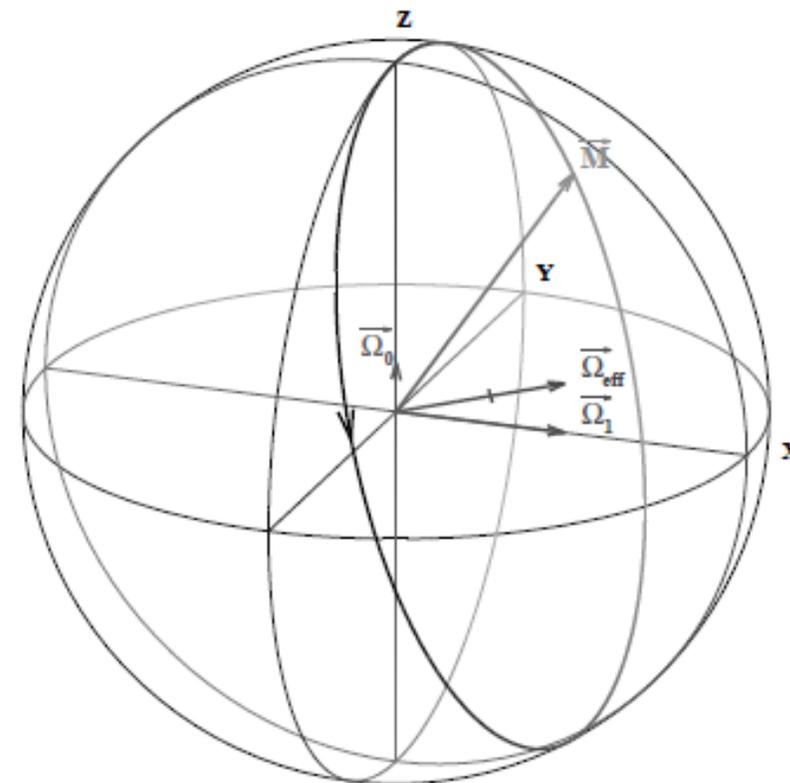
# Excitation « en résonance »

- L'aimantation tourne autour d'un axe horizontal du référentiel tournant à la pulsation  $\Omega_1$ .
- Exemple : avec  $\Omega_1/2\pi = 25$  kHz, un tour est effectué en  $40 \mu\text{s}$  et  $\frac{1}{4}$  de tour est effectué en  $10 \mu\text{s}$ . Cela convertit l'aimantation longitudinale initiale en aimantation purement transversale. En arrêtant le champ RF après  $10 \mu\text{s}$  on réalise une excitation par une impulsion de champ RF.
- La phase  $\phi$  de l'impulsion détermine l'angle  $\phi$  entre l'axe de rotation du plan  $OXY$  et l'axe  $OX$ . Ici,  $\phi = 0$ .



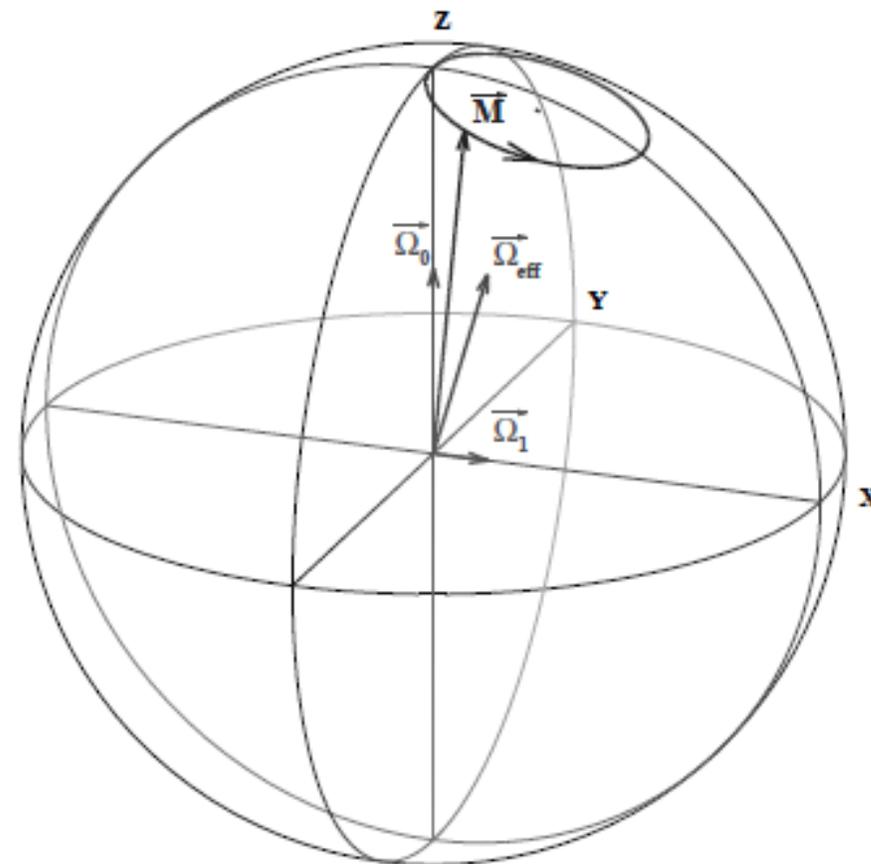
# Excitation « un peu hors-résonance »

- Pour un noyau « hors-résonance »  $\Omega_0 \neq 0$ .
- Dans le cas général,  $\vec{M}$  subit une rotation définie le vecteur de rotation  $\vec{\Omega}^{\text{eff}} = \Omega_1(\cos \phi \vec{i}' + \sin \phi \vec{j}') + \Omega_0 \vec{k}'$  où  $\vec{i}'$ ,  $\vec{j}'$  et  $\vec{k}'$  sont les vecteurs unitaires du référentiel tournant.
- La rotation de  $\vec{M}$  s'effectue dans la direction et le sens défini par  $\vec{\Omega}^{\text{eff}}$  et à la pulsation  $\|\vec{\Omega}^{\text{eff}}\|$ .
- Cas où  $|\Omega_0| < \Omega_1$ .



# Excitation « très hors-résonance »

- Cas où  $|\Omega_0| > \Omega_1$ .
- L'aimantation reste au voisinage de l'axe OZ (effet d'offset).
- Le champ RF ne produit que très peu d'aimantation transversale détectable.
- La valeur de  $\Omega_1/2\pi$  définit la sélectivité (limite entre production et non-production d'aimantation transversale) de l'impulsion RF.



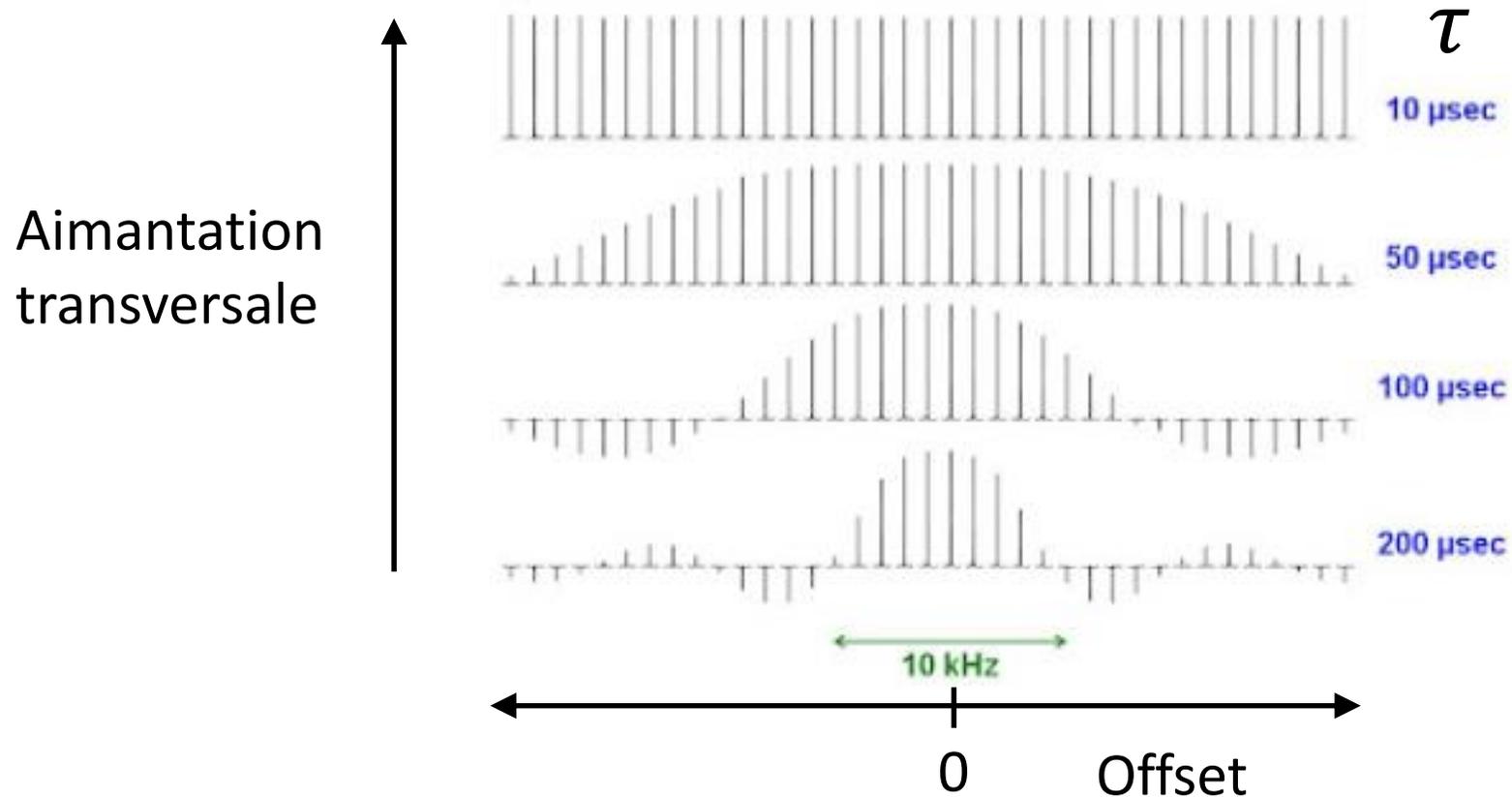
# Précession, nutation et relaxation

- La relaxation est généralement négligeable pendant les impulsions brèves (quelques  $\mu\text{s}$ ).
- Des impulsions sélectives de quelques ms sont utiles à la fois en IRM (sélection de tranche) et en RMN (sélection de résonances) et la relaxation peut intervenir.
- L'évolution de l'aimantation dans le cas général (hors couplages...) est donnée par les **équations de Bloch** (F. Bloch, prix Nobel de physique en 1952).

$$\begin{aligned}\frac{dM_x}{dt} &= M_y\Omega_0 - \frac{1}{T_2}M_x \\ \frac{dM_y}{dt} &= M_z\Omega_1 - M_x\Omega_0 - \frac{1}{T_2}M_y \\ \frac{dM_z}{dt} &= -M_y\Omega_1 - \frac{1}{T_1}(M_z - M_z^{\text{eq}})\end{aligned}$$

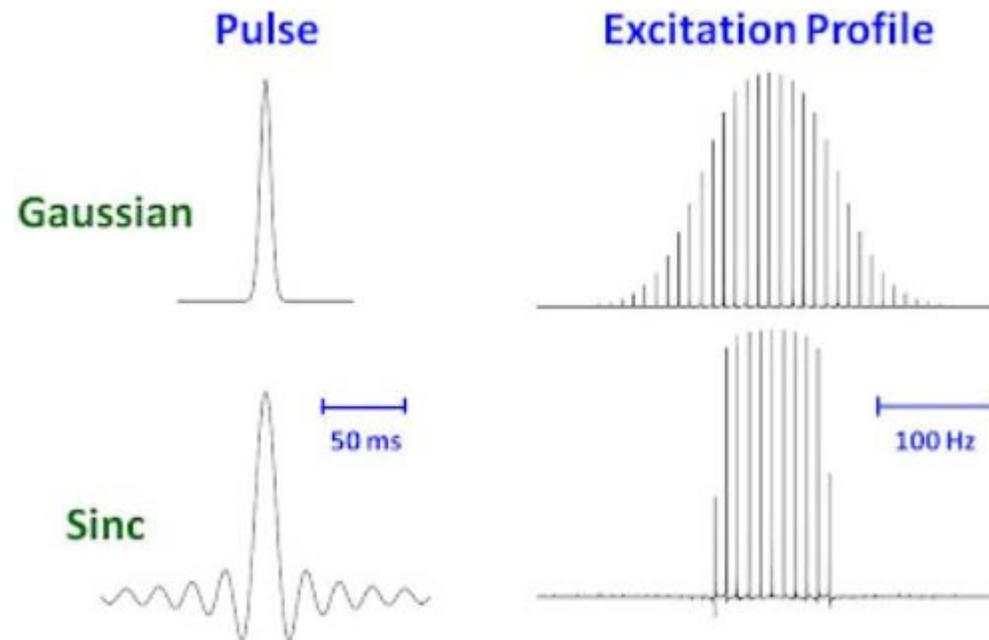
# Sélectivité, impulsion « rectangulaire » (on/off)

- Pour une impulsion RF d'excitation de durée  $\tau$  et d'angle de nutation en résonance de  $90^\circ$  :  $\Omega_1 \tau = \pi/2$



# Impulsions modulées en amplitude/phase

- Les profils de sélectivités des impulsions RF pour l'IRM et la RMN peuvent être choisis en modulant l'intensité et/ou la phase de l'impulsion au cours de son émission.



# Signal

- Le « signal » de RMN/IRM a pour origine la force électromotrice induite dans la bobine/antenne réceptrice placée au voisinage de l'échantillon/patient par la précession de l'aimantation macroscopique.

- Ainsi :  $e(t) \propto \frac{dM_x}{dt}$

- Avec  $M_x(t) = M_x(t=0) \cdot \cos \omega_0 t \cdot e^{-\frac{t}{T_2}}$  et  $M_x(t=0) = M_z^{\text{eq}}$

$$e(t) \propto N \frac{\gamma^3 B_0^2}{T}$$



FID : Free Induction Decay

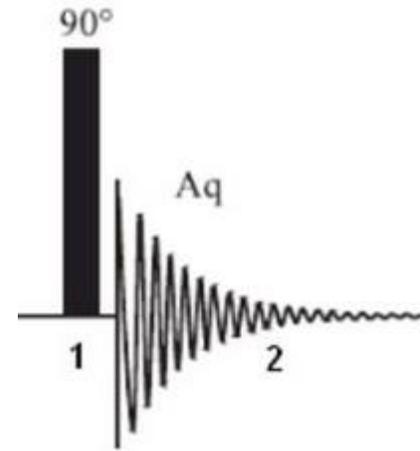
- Le facteur de proportionnalité inclut de nombreux paramètres dont celui qui décrit comment l'échantillon/patient est couplé magnétiquement à la bobine/antenne, et dépend des caractéristiques du circuit électronique de réception du signal.
- Cette relation suppose que la polarisation est celle obtenue par la loi de Boltzmann. Le signal détecté peut être amplifié par hyperpolarisation.

# Rapport Signal sur Bruit

- L'enregistrement du signal de RMN/IRM contient la superposition du signal issu de l'échantillon/patient et d'un signal aléatoire, le « bruit » qui provient de toutes les étapes d'enregistrement et de traitement du signal.
- $\text{bruit}(t) \propto \gamma^{\frac{1}{2}} B_0^{\frac{1}{2}}$
- Le bruit dépend aussi de la température du matériau qui constitue la bobine réceptrice. Réduire cette température réduit le bruit.
- Sondes cryogéniques
- $\text{signal/bruit} \propto N \frac{\gamma^{\frac{5}{2}} B_0^{\frac{3}{2}}}{T}$  si la polarisation est celle issue de la loi de Boltzmann. Les aimants sont de plus en plus gros...

# Opérateur densité

- Exemple : Système à un spin  $I = \frac{1}{2}$  dans un monde parfait.  
Description dans le référentiel tournant.
- Séquence Impulsion-Détection.
- Représentation de l'état d'un système comme une combinaison linéaire des opérateurs  $E, I_x, I_y, I_z$  représentés comme les matrices de Pauli dans la base des états  $\alpha$  et  $\beta$ .
- Etat initial, équilibre thermodynamique  $\sigma_0 = E/2 + \frac{\Delta N}{N} I_z$
- Les transformations appliquées à  $\sigma_0$  sont linéaires.  $E/2$  est invariant et le facteur  $\Delta N/N$  sera toujours présent dans l'expression de  $\sigma$ .  
Pour simplifier :  $\sigma_0 = I_z$



# Opérateur densité

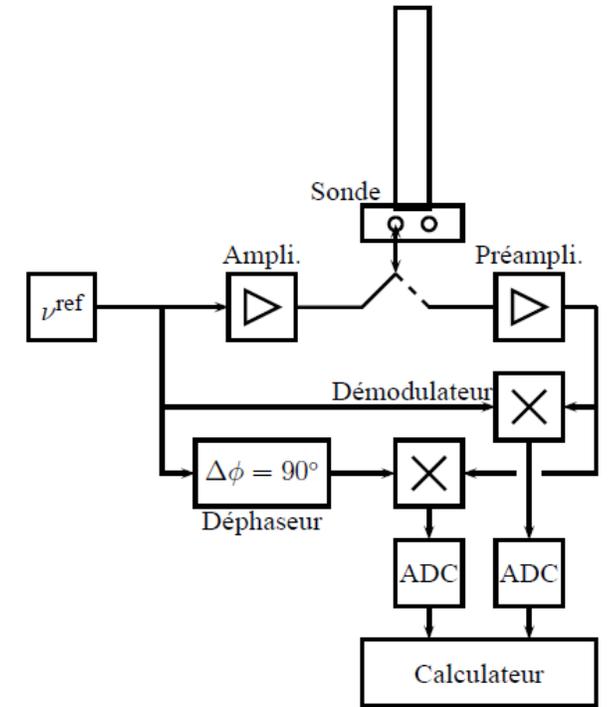
- Exemple : Impulsion parfaite à  $90^\circ$ , de phase  $90^\circ$  et durée  $\tau$ , associée à l'opérateur hamiltonien  $\mathcal{H} = \Omega_1 I_y$  tel que  $\Omega_1 \tau = \pi/2$
- L'état initial  $\sigma_0 = I_z$  ne commute pas avec l'hamiltonien. L'état du système change :
- Après l'impulsion :  $\sigma_1 = \cos(\Omega_1 \tau) I_z + \sin(\Omega_1 \tau) \{I_y, I_z\} = I_x$
- Pendant la détection  $\mathcal{H} = \Omega_0 I_z$
- A l'instant  $t$  :  $\sigma(t) = \cos(\Omega_0 t) I_x + \sin(\Omega_0 t) \{I_z, I_x\}$
- Soit :  $\sigma(t) = \cos(\Omega_0 t) I_x + \sin(\Omega_0 t) I_y$

$$\begin{aligned}\{A, B\} &= \frac{1}{i} (AB - BA) \\ \{A, A\} &= 0 \\ \{A, B\} &= -\{B, A\} \\ \{I_x, I_y\} &= I_z \\ \{I_y, I_z\} &= I_x \\ \{I_z, I_x\} &= I_y\end{aligned}$$

Relations de commutation

# Opérateur densité

- Mesure de l'aimantation et du signal de RMN dans le référentiel tournant :
- Si  $\sigma = a_x I_x + a_y I_y + a_z I_z$   
alors  $M_x = a_x$ ,  $M_y = a_y$  et  $M_z = a_z$
- Mesure du signal :  $s_x = a_x$  et  $s_y = a_y$ .
- Signal complexe :  $s(t) = a_x + ia_y$  obtenu par détection en quadrature
- Exemple :  $\sigma(t) = \cos(\Omega_0 t) I_x + \sin(\Omega_0 t) I_y$   
et donc  $s(t) = \cos(\Omega_0 t) + i \sin(\Omega_0 t) = e^{i\Omega_0 t}$
- Introduction artificielle de la relaxation transversale apparente :  $s(t) = e^{i\Omega_0 t} e^{-t/T_2^*}$

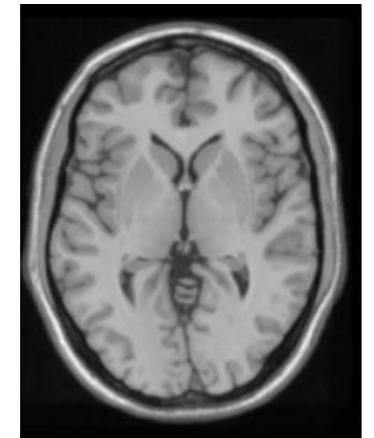
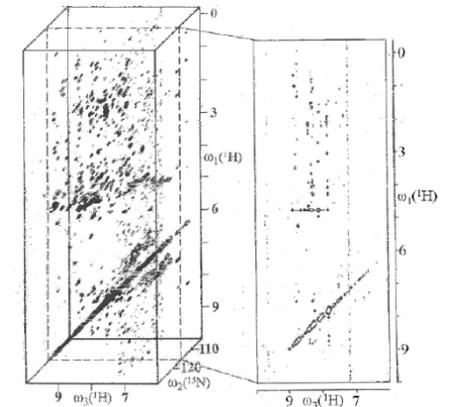


Détection en quadrature

# Spectre/Image

- En RMN, le signal enregistré dépend de la variable temporelle  $t$  liée à l'acquisition mais aussi de délais internes de la séquence d'impulsions utilisée. Exemple :  $s(t_1, t_2, t_3)$  pour la RMN 3D.
- Les spectres de RMN sont obtenus par transformation de Fourier (TF) des signaux temporels.
- En IRM, une image 3D est acquise comme une fonction  $s(k_x, k_y, k_z)$  où les variables  $k$  sont liées à l'intensité de gradients de champ statique  $\vec{B}_0$  sur les axes  $Ox$ ,  $Oy$  et  $Oz$  et à la durée de leur application.
- L'image 3D est obtenue par TF-3D des signaux enregistrés dans l'espace des  $k$ .

$$k = \int_0^{\tau} \gamma G(t) dt$$



**Merci de votre attention !**

<http://eos.univ-reims.fr/LSD/JmnSoft/livre.pdf>